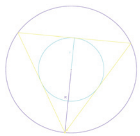
EL racó de Fibonacci

Per Teresa Arabí i Vicent R. Chorro



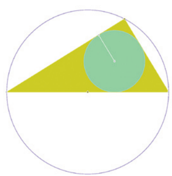
Problema a del número anterior

En geometria, i en particular, quan treballem amb triangles, les circumferències inscrita i circumscrita solen ser motiu de representació amb tècniques més pròpies de l'assignatura de Dibuix. Però hi ha alguns resultats que caldria tindre en compte. Però, primer, cal demostrar-los.

Si anomenem R *i* r *els radis de la circumferència circumscrita i la inscrita, respectivament, demostreu que en un triangle equilàter* $R = 2r$.

Solució

En un triangle equilàter és fàcil veure que $R = 2r$, només cal pensar que el baricentre coincideix amb el circumcentre i amb l'incentre i que el baricentre talla la mediana en tres parts iguals. Com a conseqüència, la distància del baricentre a cadascun dels vèrtexs (radi de la circumscrita) és doble que la distància del baricentre al punt mitjà de cada costat (radi de la inscrita).



Problema b del número anterior

Els triangles rectangles, tanmateix, tenen més resultats al respecte, atés que la hipotenusa coincideix amb el diàmetre de la circumferència circumscrita; però el que no és tan conegut és la proposició següent:

b) Si b *i* c *són els catets d'un triangle rectangle* ($2R + 2r = b + c$) *i* a *és la hipotenusa del triangle rectangle,*

$2R = a$

$2r = b + c - a$

Solució

Hem de demostrar que en un triangle rectangle, la suma dels diàmetres de les circumferències circumscrita i inscrita és igual a la suma del catets,

$$(b + c = 2R + 2r)$$

$$S = r \cdot p \quad on \ p = \frac{a + b + c}{2}$$

Per ser el triangle rectangle, $S = \dfrac{bc}{2}$

Si igualem les dues equacions, obtindrem: $r = \dfrac{bc}{a + b + c}$, o millor, $2r = \dfrac{2bc}{a + b + c}$

Volem demostrar que $b + c = 2R + 2r$, però $2R = a$, ja que el triangle és rectangle; aleshores haurem de demostrar que:

$$b + c = a + \frac{2bc}{a + b + c}$$

Equació que és certa.

La conclusió és ben interessant ja que en un triangle rectangle la hipotenusa c és igual al diàmetre de la circumferència circumscrita més el diàmetre de la inscrita:

$$2r = b + c - a$$

El racó de Fibonacci

Demostreu que en un triangle rectangle la bisectriu de l'angle recte divideix per la meitat l'angle que formen la mediana i l'altura traçades des de l'angle recte. La solució, en el pròxim número.